УДК 519.854.2

Павлов О. А., Жданова О. Г., Мисюра О. Б., Сперкач М. О.

ПОЛІНОМІАЛЬНА СКЛАДОВА ПДС-АЛГОРИТМУ РОЗВ'ЯЗАННЯ ОДНІЄЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ РОЗКЛАДІВ

Розглянуто властивості задачі календарного планування виконання завдань із загальним директивним терміном ідентичними паралельними приладами за критерієм максимізації моменту запуску приладів за умови, що усі завдання не запізнюються. Застосовуючи методологію побудови ПДС-алгоритмів на основі ознак оптимальності розкладів визначена множина перестановок, що дозволяють послідовно покращувати значення критерію. Ці перестановки покладені в основу розробленої ПДС-складової алгоритму розв'язання задачі.

Ключові слова: *календарне планування, розклад, паралельні прилади, ПДС-алгоритм, максимізація моменту запуску.*

1. Вступ

Стрімкий розвитку сучасного виробництва базується на ефективності застосування в управлінні виробництвом оперативно-календарного планування. Одним із типів якого є цехове планування, в якому вирішуються статистичні задачі, де у систему з випадковим порядком виконання завдань надходить одночасно певна кількість завдань, які можуть виконуватися ідентичними приладами. Для ефективного використання ресурсів та отримання максимального прибутку складають розклади виконання завдань на приладах. Тому виникає потреба у розробці таких алгоритмів побудови розкладів, що забезпечують високу якість отримуваних результатів і не потребують значних обчислювальних ресурсів.

В даній роботі розглядається задача календарного планування виконання завдань із загальним директивним терміном ідентичними паралельними приладами з метою максимізації моменту запуску приладів за умови, що усі завдання не запізнюються.

2. Аналіз літературних даних і постановка проблеми

В роботах [1—4] визначені проблеми, які підлягають вирішенню при календарному плануванні виробництва, а також у [5] розглянуті проблеми реалізації ефективного планування в системах, які мають мережеве представлення технологічних процесів і обмежені ресурси.

У роботі [6] були визначені властивості та проведений порівняльний аналіз задач календарного планування за різними критеріями оптимальності згідно методології побудови ПДС-алгоритмів для важковирішуваних задач комбінаторної оптимізації [5, 7]. У роботі [8] був розглянутий один клас багатоетапної мережевої задачі календарного планування, де для довільно заданих кінцевих директивних термінів необхідно отримати допустимий розклад з максимально пізнім за часом запуском технологічного процесу.

В роботі [9] була проведена формалізація першого рівня трирівневої моделі оперативного планування та прийняття рішень за критерієм мінімізації сумарного випередження директивних термінів, а у роботі [10] розглянута чотирирівнева модель планування та оперативного управління в системах з мережевим поданням технологічних процесів, де третій рівень моделі формалізований на основі оригінальної методології як багатоетапна мережева задача календарного планування.

В основі даного дослідження лежить методологія побудови ПДС-алгоритмів для важко вирішуваних задач комбінаторної оптимізації, суть якої полягає в наступному [5]. Спочатку на основі теоретичного аналізу досліджуваної задачі виявляються ознаки оптимальності допустимих розв'язків, потім розробляється алгоритм розв'язання задачі, що має дві складові поліноміальну і експоненційну. Поліноміальна складова породжується логіко-аналітичними умовами (p — умовами), виконання яких гарантує оптимальність отриманого розв'язку і синтезується таким чином, щоб послідовна процедура конструювання допустимих розв'язків була найбільш ефективна з точки зору реалізації p — умов. Коли допустимий розв'язок, отриманий поліноміальною складовою, не задовольняє p — умовам, то продовжується розв'язання задачі експоненційною складовою алгоритму.

Метою проведених досліджень було визначення максимально пізнього моменту початку виконання завдань паралельними приладами із загальним директивним терміном в допустимому розкладі.

Для досягнення поставленої мети вирішені наступні основні задачі: дослідити властивості задачі календарного планування виконання завдань ідентичними паралельними приладами із загальним директивним терміном та випадковим порядком виконання завдань; використовуючи ознаки оптимальності розкладів за критерієм максимізації моменту запуску приладів за умови, що усі завдання не запізнюються [11] розробити поліноміальну складову ПДС-алгоритму розв'язання задачі.

3. Результати досліджень

Об'єктом досліджень є процес складання допустимого за директивним терміном розкладу з максимально пізнім моментом запуску приладів.

Постановка задачі. Задано множина завдань J ($|J| = n$), число приладів m, для кожного завдання $j \in J$ відома тривалість виконання p_j. Всі завдання мають загальний директивний термін d. Передбачається, що всі завдання множини J надходять одночасно, процес обслуговування кожного завдання протікає без переривань до завершення обслуговування завдань. Всі прилади працюють без переривань.

Необхідно знайти максимальний момент запуску приладів $r_{\max}$, що дозволяє отримати допустимий розв'язок (розклад, у якому усі завдання не запізнюються).

Дослідження задачі. Позначимо $C^* = \left\lfloor \frac{\sum_{j=1}^{n} p_j}{m} \right\rfloor$. Тут $\lfloor a \rfloor$ — найбільше ціле, для якого виконується $\lfloor a \rfloor \le a$. Тоді C^*+1 — теоретично мінімальній час, за який усі прилади могли б виконати усі роботи.

Позначимо $\delta = \sum_{j=1}^{n} p_j - C^* m$. За визначенням $\delta \ge 0$.

Розглянемо поточний розклад σ. Позначимо в цьому розкладі

$$\Delta_i(\sigma) = \max\{0; C_i - C^*\}; \quad i = \overline{1,m};$$

$$R_i(\sigma) = \max\{0; C^* - C_i\}, \ i = \overline{1,m};$$

$I_\Delta(\sigma)$ — множину таких приладів, для яких $\Delta_i(\sigma) > 0$;

$I_R(\sigma)$ — множину таких приладів, для яких $R_i(\sigma) > 0$;

$I_0(\sigma)$ — множину таких приладів, для яких $\Delta_i(\sigma) = R_i(\sigma) = 0$;

$J_i(\sigma)$ — множину робіт, що виконується приладом i.

Далі $R_i(\sigma)$ будемо називати *резервом* приладу i, $\Delta_i(\sigma)$ *виступом* приладу i.

Можна довести, що в оптимальному розкладі не можливе наступне:

$$\exists h,\ j,s \,|\, h \in I_\Delta(\sigma),\ j \in J_h(\sigma),\ s \in I_R(\sigma),\ p_j \le R_s(\sigma).$$

Позначимо через Ψ клас розкладів, для яких виконується:

$$\neg\exists h,\ j,s \,|\, h \in I_\Delta(\sigma),\ j \in J_h(\sigma),\ s \in I_R(\sigma),\ p_j \le R_s(\sigma).$$

Для побудови початкового розкладу розроблено алгоритм А0, схема якого наведено нижче.

Алгоритм А0.

КРОК 1. Перенумеруємо завдання множини J за не зростанням тривалостей їх виконання.

КРОК 2. Вважаємо, що час звільнення приладів $i \in I$: $C_i = 0$, $i = \overline{1,m}$.

КРОК 3. Вважаємо, що $j = 1$.

КРОК 4. Обираємо прилад i з мінімальним часом звільнення C_i.

КРОК 5. Призначаємо завдання j на прилад i, $C_i = C_i + p_j$.

КРОК 6. Переходимо до наступного завдання $j = j+1$. Якщо $j > n$, кінець алгоритму, в іншому випадку переходимо на **КРОК 4**.

Отриманий розклад позначимо σ^0. Очевидно, що розклад σ^0, побудований за алгоритмом А0, належить до класу розкладів Ψ.

Для розкладу $\sigma \in \Psi$ можливі такі випадки.

Випадок А. Якщо $\delta = 0$ і $C_i = C^*$, $i = \overline{1,m}$, отримали розклад з рівномірним завантаженням приладів. Очевидно, що цей розклад σ^0 є оптимальним (*Ознака оптимальності* 1).

Випадок Б. Якщо $\delta = 0$ і не для усіх i виконується $C_i = C^*$ маємо:

$$\sum_{i=1}^{m} \Delta_i(\sigma) = \sum_{i=1}^{m} R_i(\sigma) > 0.$$

У цьому випадку можливо побудувати розклад з рівномірним завантаженням приладів.

Випадок В

$$\sum_{i=1}^{m} \Delta_i(\sigma) > \sum_{i=1}^{m} R_i(\sigma).$$

У цьому випадку отримання розкладу з рівномірним завантаженням приладів неможливе.

Твердження. Для довільного розкладу виконується:

$$\sum_{i=1}^{m} \Delta_i(\sigma) = \sum_{i=1}^{m} R_i(\sigma) + \delta.$$

Доведення. Час зайнятості приладу i:

$$C_i = C^* - R_i + \Delta_i, \quad i \in I. \tag{1}$$

Позначимо через J_i множину індексів завдань, що виконуються приладом i. Тоді

$$C_i = \sum_{j \in J_i} p_j. \tag{2}$$

З урахуванням (2) перепишемо (1)

$$\sum_{j \in J_i} p_j = C^* - R_i + \Delta_i. \tag{3}$$

Просумуємо (3) по i:

$$\sum_{i=1}^{m} \sum_{j \in J_i} p_j = \sum_{i=1}^{m} (C^* - R_i + \Delta_i),$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_j = \sum_{i=1}^{m} C^* - \sum_{i=1}^{m} R_i + \sum_{i=1}^{m} \Delta_i,$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_j = mC^* - \sum_{i=1}^{m} R_i + \sum_{i=1}^{m} \Delta_i,$$

$$\sum_{i=1}^{n} p_j - mC^* = \sum_{i=1}^{m} \Delta_i - \sum_{i-1}^{m} R_i,$$

$$\delta = \sum_{i=1}^{m} \Delta_i - \sum_{i=1}^{m} R_i,$$

$$\sum_{i=1}^{m} \Delta_i = \delta + \sum_{i=1}^{m} R_i.$$

Що і треба було довести.

З цього твердження слідує, що випадок

$$\sum_{i=1}^{m}\Delta_i(\sigma)<\sum_{i=1}^{m}R_i(\sigma),$$

неможливий з огляду на невід'ємність δ.

Оптимізація розкладу полягає в послідовному зменшенні величин $\Delta_i(\sigma)$, цього можна досягти за допомогою обміну завданнями між приладами з множин $I_\Delta(\sigma)$ та $I_R(\sigma)$. При цьому в результаті таких перестановок, застосованих до розкладу σ, в новому розкладі σ^1 для величин $\sum_{i=1}^{m}\Delta_i(\sigma^1)$ та $\sum_{i=1}^{m}R_i(\sigma^1)$ виконується:

$$\sum_{i=1}^{m}\Delta_i(\sigma)-\sum_{i=1}^{m}\Delta_i(\sigma^1)=\sum_{i=1}^{m}R_i(\sigma)-\sum_{i=1}^{m}R_i(\sigma^1).$$

Ознака оптимальності 2. Нехай b — найбільший загальний дільник тривалостей виконання завдань p_j, $j=\overline{1,n}$, тоді розклад, у якому для всіх $i=\overline{1,m}$ виконується: $\Delta_i(\sigma)\in\{0,b\}$ є оптимальним [11]. Якщо поділити величини $p_j, j=\overline{1,n}$ на b, то ознака оптимальності у цьому випадку формулюється так: розклад, у якому для всіх $i=\overline{1,m}$ виконується: $\Delta_i(\sigma)\in\{0,1\}$ є оптимальним.

Отже, для покращення розкладу необхідно направити зусилля на зменшення величини $\sum_{i=1}^{m}\Delta_i(\sigma)$ (спочатку), а потім — на зменшення величини $\max_i \Delta_i(\sigma)$. Для цього пропонується використовувати перестановки робіт між приладами з множин $I_\Delta(\sigma)$ та $I_R(\sigma)$.

Розроблена множина перестановок та їх властивості наведені в табл. 1. Всі перестановки можна розділити на три типи: А, Б та В. Мета перестановок типу А: зменшення величини суми виступів $\sum_{i\in I_\Delta}\Delta_i(\sigma)$ тільки за рахунок зменшення суми резервів $\sum_{i\in I_R}R_i(\sigma)$. В результаті перестановок типів 1-1А, 1-2А, 2-1А, 2-2А потужності множин I_Δ та I_R залишаються незмінними або зменшуються. Проте, ця множина перестановок в деяких ситуаціях не дозволяє покращити поточний розв'язок. Мета перестановок типу Б: зменшення величини суми виступів $\sum_{i\in I_\Delta}\Delta_i(\sigma)$ за рахунок зменшення суми резервів $\sum_{i\in I_R}R_i(\sigma)$ та частковий перерозподіл виступів між приладами.

Таблиця 1

Властивості перестановок

Тип перестановки	Прилади і роботи, що приймають участь у перестановці		θ	Умова, при якій перестановка виконується	Результуючий розклад
	h	s			
1-1А	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1\in J_h$	$s\in I_R(\sigma)$, $j_2\in J_s$	$p_{j_1}-p_{j_2}$	$\theta\le\Delta_h(\sigma)$, $\theta\le R_s(\sigma)$.	$\Delta_h(\sigma^1)=\Delta_h(\sigma)-\theta$, $R_s(\sigma^1)=R_s(\sigma)-\theta$.
1-2А	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1\in J_h$	$s\in I_R(\sigma)$, $j_2,j_3\in J_s$	$(p_{j_1}+p_{j_2})-p_{j_3}$		
2-1А	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1,j_2\in J_h$	$s\in I_R(\sigma)$, $j_3\in J_s$	$p_{j_1}-(p_{j_2}+p_{j_3})$		
2-2А	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1,j_2\in J_h$	$s\in I_R(\sigma)$, $j_3,j_4\in J_s$	$(p_{j_1}+p_{j_2})-(p_{j_3}+p_{j_4})$		
1-1Б	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1\in J_h$	$s\in I_R(\sigma)$, $j_2\in J_s$	$p_{j_1}-p_{j_2}$	$\theta\le\Delta_h(\sigma)$, $\theta>R_s(\sigma)$.	$\Delta_h(\sigma^1)=\Delta_h(\sigma)-\theta$, $R_s(\sigma^1)=\theta-R_s(\sigma)$.
1-2Б	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1\in J_h$	$s\in I_R(\sigma)$, $j_2,j_3\in J_s$	$(p_{j_1}+p_{j_2})-p_{j_3}$		
2-1Б	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1,j_2\in J_h$	$s\in I_R(\sigma)$, $j_3\in J_s$	$p_{j_1}-(p_{j_2}+p_{j_3})$		
2-2Б	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1,j_2\in J_h$	$s\in I_R(\sigma)$, $j_3,j_4\in J_s$	$(p_{j_1}+p_{j_2})-(p_{j_3}+p_{j_4})$		
1-1В	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1\in J_h$	$s\in I_\Delta(\sigma)\cup I_0(\sigma)$, $j_2\in J_s$	$p_{j_1}-p_{j_2}$	$\theta<\Delta_h(\sigma)$, $\theta<\Delta_h(\sigma)-\Delta_s(\sigma)$.	$\Delta_h(\sigma^1)=\Delta_h(\sigma)-\theta$, $\Delta_s(\sigma^1)=\Delta_s(\sigma)+\theta$.
1-2В	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1\in J_h$	$s\in I_\Delta(\sigma)\cup I_0(\sigma)$, $j_2,j_3\in J_s$	$(p_{j_1}+p_{j_2})-p_{j_3}$		
2-1В	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1,j_2\in J_h$	$s\in I_\Delta(\sigma)\cup I_0(\sigma)$, $j_3\in J_s$	$p_{j_1}-(p_{j_2}+p_{j_3})$		
2-2В	$h\in I_\Delta(\sigma)$, $j_1,j_2\in J_h$	$s\in I_\Delta(\sigma)\cup I_0(\sigma)$, $j_3,j_4\in J_s$	$(p_{j_1}+p_{j_2})-(p_{j_3}+p_{j_4})$		

Множина перестановок типу 1-1Б, 1-2Б, 2-1Б, 2-2Б призводить до того, що потужність множини I_Δ збільшується, але при цьому величина $\sum_{i\in I_\Delta}\Delta_i(\sigma)$ зменшується. Перестановки типів А та Б також можуть приводити до зменшення величини $\max_i \Delta_i(\sigma)$. Коли вичерпані всі можливості покращення розкладу перестановками А та Б пропонується використовувати перестановки типу В, які зменшують значення $\max_i \Delta_i(\sigma)$ за рахунок перерозподілу виступів між приладами.

На основі наведених перестановок побудовано алгоритм визначення максимально пізнього моменту початку виконання завдань паралельними приладами із загальним директивним терміном в допустимому розкладі.

Опис алгоритму.

КРОК 1. Побудова початкового розкладу σ^0 за алгоритмом А0, $\sigma=\sigma^0$.

КРОК 2. Визначення множин $I_\Delta(\sigma)$ та $I_R(\sigma)$, $I'_\Delta(\sigma)=I_\Delta(\sigma)$ (множина приладів з виступами, для яких не проведена оптимізація).

КРОК 3. *Перевірка виконання ознак оптимальності*

ЯКЩО $I_R=I_\Delta=\varnothing$ (виконується ознака оптимальності 1), **ТО** перейти на КРОК 11 (σ — оптимальний розклад).

ЯКЩО $\delta>0$ і усі $\Delta_i(\sigma)=1$ (виконується ознака оптимальності 2), **ТО** перейти на КРОК 11 (σ — оптимальний розклад).

ЯКЩО $I_R=\varnothing$ (існує прилад $h\in I_\Delta(\sigma)$ у якого $\Delta_h(\sigma)>1$), **ТО** перейти на **КРОК 6**

//*Застосування перестановок типів* А *та* Б//

КРОК 4. ПОКИ множина $I'_\Delta(\sigma)$ не пуста виконувати:

4.1. Вибір приладу $h\in I'_\Delta(\sigma)$ з найбільшим значенням виступу.

4.2. **ЯКЩО** $I_R(\sigma)=\varnothing$, то перейти на КРОК 5.

4.3. **ЦИКЛ** по приладам s із множини $I_R(\sigma)$.

4.3.1. *Перестановки типу* А

4.3.1.1. Поки $h\in I_\Delta(\sigma)$ виконуємо усі можливі перестановки типу **1-1А**: $\Delta-j_1,j_2-R$.

4.3.1.2. Поки $h\in I_\Delta(\sigma)$ виконуємо усі можливі перестановки типу **1-2А**: $\Delta-j_1,j_2,j_3-R$.

4.3.1.3. Поки $h\in I_\Delta(\sigma)$ виконуємо усі можливі перестановки типу **2-1А**: $\Delta-j_1,j_2,j_3-R$.

4.3.1.4. Поки $h\in I_\Delta(\sigma)$ виконуємо усі можливі перестановки типу **2-2А**: $\Delta-j_1,j_2,j_3,j_4-R$.

4.3.2. *Перестановка типу* Б

ЯКЩО існують завдання j_1,j_2, які задовольняють умовам перестановки типу **1-1Б**: $\Delta-j_1,j_2-R$, **ТО** виконуємо цю перестановку. Перехід на 4.3.3.

ЯКЩО існують завдання j_1,j_2,j_3, які задовольняють умовам перестановки типу **1-2Б**: $\Delta-j_1,j_2,j_3-R$, **ТО** виконуємо цю перестановку. Перехід на 4.3.3.

ЯКЩО існують завдання j_1,j_2,j_3, які задовольняють умовам перестановки типу **2-1Б**: $\Delta-j_1,j_2,j_3-R$, **ТО** виконуємо цю перестановку. Перехід на 4.3.3.

ЯКЩО існують завдання j_1,j_2,j_3,j_4, які задовольняють умовам перестановки типу **2-2Б**: $\Delta-j_1,j_2,j_3,j_4-R$, **ТО** виконуємо цю перестановку

4.3.3. $I_R(\sigma)=I_R(\sigma)\setminus s$; $I'_\Delta(\sigma)=I'_\Delta(\sigma)\cup s$.

КІНЕЦЬ ЦИКЛУ

4.4. Виключення приладу h з розгляду: $I'_\Delta(\sigma)=I'_\Delta(\sigma)\setminus h$.

4.5. Перевизначення множини $I_R(\sigma)$.

КРОК 5. *Перевірка виконання ознак оптимальності*

ЯКЩО $I_R=I_\Delta=\varnothing$ (виконується ознака оптимальності 1), **ТО** перейти на КРОК 11 (σ — оптимальний розклад).

ЯКЩО $\delta>0$ і усі $\Delta_i(\sigma)=1$ (виконується ознака оптимальності 2), **ТО** перейти на КРОК 11 (σ — оптимальний розклад).

КРОК 6. Перевизначення множин $I_\Delta(\sigma)$, $I_0(\sigma)$.

КРОК 7. Знаходження $\Delta_{\max}=\max_i \Delta_i(\sigma)$. Обираємо прилад $h\in I_\Delta(\sigma)$, якому відповідає найбільше значенням виступу $\Delta_{\max}$.

КРОК 8. ЦИКЛ по приладам s із множини $I_\Delta(\sigma)\cup I_0(\sigma)\setminus h$.

//*Перестановки типу* В//

ЯКЩО існують завдання j_1,j_2, які задовольняють умовам перестановки типу **1-1В**: $\Delta-j_1,j_2-\Delta$, **ТО** виконуємо ці перестановки.

ЯКЩО існують завдання j_1,j_2,j_3, які задовольняють умовам перестановки типу **1-2В**: $\Delta-j_1,j_2,j_3-\Delta$, **ТО** виконуємо ці перестановки.

ЯКЩО існують завдання j_1,j_2,j_3, які задовольняють умовам перестановки типу **2-1В**: $\Delta-j_1,j_2,j_3-\Delta$, **ТО** виконуємо ці перестановки.

ЯКЩО існують завдання j_1,j_2,j_3,j_4, які задовольняють умовам перестановки типу **2-2В**: $\Delta-j_1,j_2,j_3,j_4-\Delta$, **ТО** виконуємо ці перестановки.

КІНЕЦЬ ЦИКЛУ

КРОК 9. Знаходження $\Delta^1_{\max}=\max_i \Delta_i(\sigma)$.

КРОК 10. ЯКЩО $\Delta^1_{\max}<\Delta_{\max}$, **ТО** перейти на КРОК 7.

КРОК 11. Визначення максимально пізнього моменту запуску завдань на виконання в поточному розкладі σ.

КІНЕЦЬ АЛГОРИТМУ

Складність алгоритму складає $O(mn^3)$. На практиці значення m значно менше за n, тому алгоритм за складністю можна вважати кубічним.

4. Висновки

1. Досліджені властивості задачі календарного планування виконання завдань ідентичними паралельними приладами із загальним директивним терміном та випадковим порядком виконання завдань.

2. Розроблена ПДС-складова алгоритму розв'язання задачі.

Література

1. Конвей, Р. В. Теория расписаний [Текст] / Р. В. Конвей, В. Л. Максвел, Л. В. Миллер. — М.: Физматгиз, Наука, 1975. — 359 с.
2. Танаев, В. С. Введение в теорию рас писаний [Текст] / В. С. Танаев, В. В. Шкуба. — М.: Физматгиз, Наука, — 1975. — 236 с.
3. Шкуба, В. В. Задачи календарного планирования и методы их решения [Текст] / В. В. Шкуба. — К.: Наукова думка, — 1966.— 155 с.
4. Domschke, W. Produktionsplanung. Ablauforganisatorische Aspekte [Text] / W. Domschke, A. Scholl, S. Vob. — Berlin, Heidelberg: Springer Verlag. — 2005. — 456 p.
5. Згуровский, М. З. Принятие решений в сетевых системах с ограниченными ресурсами [Текст] : монография / М. З. Згуровский, А. А. Павлов. — К.: Наукова думка, 2010.— 573 с.
6. Павлов, А. А. Исследование свойств задачи календарного планирования выполнения заданий с общим директивным сроком параллельными приборами по разным критериям оптимальности [Текст] / А. А. Павлов, Е. Б. Мисюра,

М. О. Сперкач // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Інформатика, управління та обчислювальна техніка». — К.: «ВЕК+», 2012. — № 57. — С. 15—17.

7. Pavlov, A. A. About one subclass of polynomially solvable problems from class «Sequencing jobs to minimize total weighted completion time subject to precedence constraints» [Text] / A. A. Pavlov, L. A. Pavlova. — Uzhhorod: «Karpatskij region», 1998. — № 15. — 320 p.
8. Павлов, А. А. Субоптимальный полиномиальный алгоритм решения одного класса многоэтапных сетевых задач календарного планирования [Текст] / А. А. Павлов, М. О. Сперкач, Е. А. Халус // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Інформатика, управління та обчислювальна техніка». — К.: «ВЕК+», 2012. — № 57. — С. 51—55.
9. Павлов, А. А. Результирующая формализация первого уровня трехуровневой модели оперативного планирования и принятия решений по критерию минимизации суммарного опережения директивных сроков [Текст] / А. А. Павлов, Е. Б. Мисюра, Е. А. Халус, М. О. Сперкач, Г. А. Аракелян // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Інформатика, управління та обчислювальна техніка». — К.: «ВЕК+», 2012. — № 56.— С. 56—57.
10. Павлов, А. А. Четырехуровневая модель планирования, принятия решений и оперативного управления в сетевых системах с ограниченными ресурсами [Текст] / А. А. Павлов, Е. Б. Мисюра, Т. Н. Лисецький, Е. А. Халус, М. О. Сперкач // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Інформатика, управління та обчислювальна техніка». — К.: «ВЕК+», 2013. — № 58.— С. 15—20.
11. Павлов, А. А. Признаки оптимальности допустимых решений труднорешаемых задач комбинаторной оптимизации [Текст] / А. А. Павлов // Вісник НТУУ «КПІ». Серія «Інформатика, управління та обчислювальна техніка». — К.: «ВЕК+», 2013. — № 59.

ПОЛИНОМИАЛЬНАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ПДС-АЛГОРИТМА РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ РАСПИСАНИЙ

Рассмотрены свойства задачи календарного планирования выполнения заданий с общим директивным сроком идентичными параллельными приборами по критерию максимизации момента запуска приборов при условии, что все задания не запаздывают. Применяя методологию построения ПДС-алгоритмов на основе признаков оптимальности расписаний определено множество перестановок, позволяющие последовательно улучшать значение критерия. Эти перестановки положены в основу разработанной ПДС-составляющей алгоритма решения задачи.

Ключевые слова: календарное планирование, расписание, параллельные приборы, ПДС-алгоритм, максимизация момента запуска.

Павлов Олександр Анатолійович, *доктор технічних наук, професор, завідуючий кафедрою автоматизованих систем обробки інформації та управління, Лауреат двох державних премій України в області науки і техніки, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна,* ***e-mail: fiot18@ukr.net***.

Жданова Олена Григорівна, *кандидат технічних наук, доцент, кафедра автоматизованих систем обробки інформації та управління, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна,*
e-mail: zhdanova.elena@hotmail.com.

Місюра Олена Борисівна, *кандидат технічних наук, старший науковий співробітник, кафедра автоматизованих систем обробки інформації та управління, співробітник лабораторії комбінаторної оптимізації, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна,*
e-mail: elena_misura@ukr.net.

Сперкач Майя Олегівна, *асистент, кафедра автоматизованих систем обробки інформації та управління, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут», Україна,* ***e-mail: Sperkach@mail.ru***.

Павлов Александр Анатольевич, *доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой автоматизированных систем обработки информации и управления, Лауреат двух Государственных премий Украины в области науки и техники, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина.*

Жданова Елена Григорьевна, *кандидат технических наук, доцент, кафедра автоматизированных систем обработки информации и управления, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина.*

Мисюра Елена Борисовна, *кандидат технических наук, старший научный сотрудник, кафедра автоматизированных систем обработки информации и управления, сотрудник лаборатории комбинаторной оптимизации, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина.*

Сперкач Майя Олеговна, *ассистент, кафедра автоматизированных систем обработки информации и управления, Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт», Украина.*

Pavlov Alexander, *National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine,* ***e-mail: fiot18@ukr.net***.

Zhdanova Olena, *National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine,* ***e-mail: zhdanova.elena@hotmail.com***.

Misura Elena, *National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine,* ***e-mail: elena_misura@ukr.net***.

Sperkach Maya, *National Technical University of Ukraine «Kyiv Polytechnic Institute», Ukraine,* ***e-mail: sperkach@mail.ru***